

Additional Mathematics

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 9

วงกลม

ชื่อ .....

ชั้น ..... เลขประจำตัว .....

โรงเรียน .....

ครูผู้สอน....

พิชญุตม์ ราชเดิม(PunPitchy)

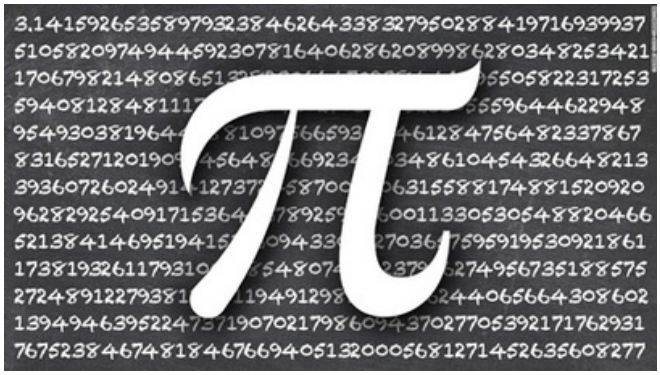
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ Best Friend Forever School

9.1 เส้นรอบวงและพื้นที่

รู้จัก “ค่าคงตัววงกลม” (พาย pi) เขียนเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ดังรูป

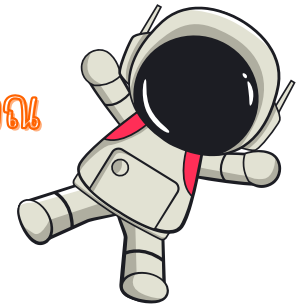
$$\pi$$

ค่าคงตัว π มีนิยามคร่าวๆว่า อัตราส่วนของเส้นรอบรูป
ต่อเส้นผ่านศูนย์กลาง
เป็นทศนิยมไร้ที่สิ้นสุดที่มีประมาณดังรูป



ค่า π มีค่าประมาณเป็นทศนิยม
สองตำแหน่ง คือ 3.14
และเศษส่วน 22/7
สองค่านี้นิยมใช้ในการคำนวณ
อย่างมาก

เกร็ดน่ารู้! องค์กร NASA ใช้ค่าพาย 15 ตำแหน่งแรกในการคำนวณ
π NASA = 3.14159 26535 89793



ประวัติศาสตร์การคิดค้นค่าพาย



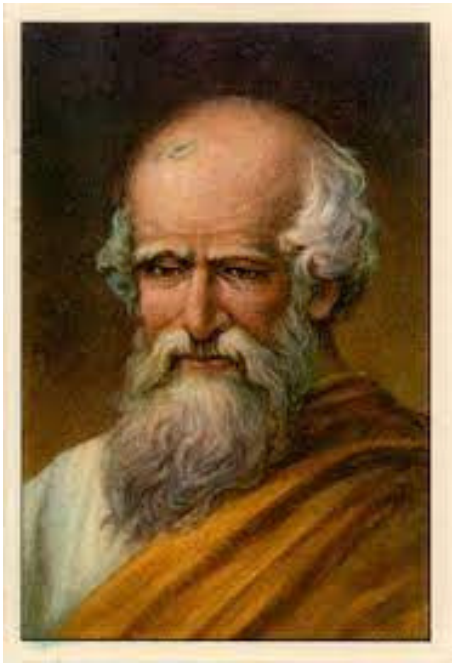
ชาวบาบิโลน และ ชาวอียิปต์โบราณ

วิธีการ = การประมาณค่าตรงๆ

$$\pi_{Babylonia} = \frac{25}{8} = 3.125$$

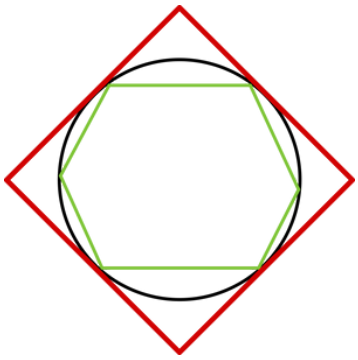
$$\pi_{Egypt} = (\frac{16}{9})^2 \approx 3.16049...$$

วงกลม หน้าที่ 3



อาร์คีมีดิส

เขาสร้างวงกลม 1 หน่วยขึ้นมา สร้างรูปเหลี่ยม 2 รูป ด้านในและนอก



เมื่อวงกลมที่เขาสร้างเป็นวงกลม 1 หน่วย เขาจึงได้
เส้นรอบวง = π
รอบรูป 4 เหลี่ยม = 4
รอบรูป 6 เหลี่ยม = 3
จะได้ $3 < \pi < 4$

แต่ ด้วยผลสรุปที่กว้างขนาดนั้น เขาจึงเพิ่มจำนวนเหลี่ยม จนได้ข้อสรุปที่ชัดเจนมากขึ้น เขาทำจนไปจบที่ 96 เหลี่ยม จนได้ $3.14103 < \pi < 3.14271$ หรือ

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$$

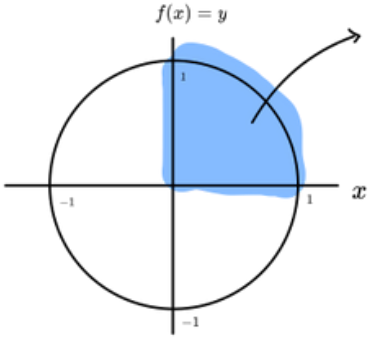
เกร็ดน่ารู้!
นักคณิตศาสตร์ Ludolph van Ceulen
ได้ใช้การศึกษาของอาร์คีมีดิส หาค่าพายถูกต้อง 35 หลัก
โดยใช้รูป 2^62 = 4611686018427387904 เหลี่ยม
ใช้เวลาถึง 25 ปีสำหรับผลงานนี้

วงกลม หน้าที่ 4



นอกจากการค้นพบกฎฟิสิกส์พลิกโลกของนิวตันแล้ว เขายังเป็นสุดยอดนักคณิตศาสตร์อีกด้วย นิวตันหาค่าพายโดยมุ่งที่วงกลมตรงๆ และใช้ความรู้คณิตศาสตร์ขั้นสูง ดังต่อไปนี้

เซอร์ ไอแซค นิวตัน



$$\frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{1}{4}\pi(1)^2 = \frac{\pi}{4}$$

$\frac{\pi}{4}$ = พื้นที่ใต้กราฟ $f(x)$ตั้งแต่ $x=0$ ถึง $x=1$

$$x^2+y^2=1 \longrightarrow f(x)=\sqrt{1-x^2} \longrightarrow \textit{Binomial Theorem}$$

ทฤษฎีบททวินาม

$$=1-\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{8}-\frac{x^6}{16}-\frac{5}{128}x^8+\dots$$

$$(1+x)^n = 1+nx+\frac{n(n-1)}{2\cdot 1}x^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3\cdot 2\cdot 1}x^3+\dots$$

$$(1+x)^{\frac{1}{2}} = 1+\frac{x}{2}+\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{2\cdot 1}x^2+\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{3\cdot 2\cdot 1}x^3+\dots$$

$$=1+\frac{x}{2}-\frac{x^2}{8}+\frac{x^3}{16}-\frac{5}{128}x^4+\dots$$

Calculas

พื้นที่ใต้กราฟ $f(x)$ตั้งแต่ $x=0$ ถึง $x=1$

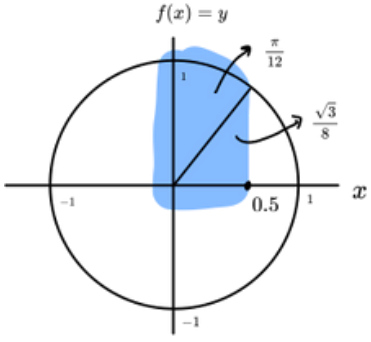
$$\int_{x=0}^{x=1} f(x)dx$$

$$\int_{x=0}^{x=1} f(x)dx = 1-\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{8}-\frac{x^6}{16}-\frac{5}{128}x^8+\dots\ dx\Big|_{x=0}^{x=1}$$

$$\int_{x=0}^{x=1} f(x)dx = \frac{\pi}{4} = 1-\frac{1}{6}-\frac{1}{40}-\frac{1}{112}-\frac{5}{1152}-\dots$$

$$= \frac{\pi}{4} = 1-\frac{1}{6}-\frac{1}{40}-\frac{1}{112}-\frac{5}{1152}-\dots$$

หลังจากนั้น นิวตันคิดไปคิดมาก็ขอปรับสมการอีกนิดนึง



$$\int_{x=0}^{x=0.5} f(x)dx = \frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{1}{2}-\frac{1}{48}-\frac{1}{1280}-\frac{1}{14336}-\dots$$

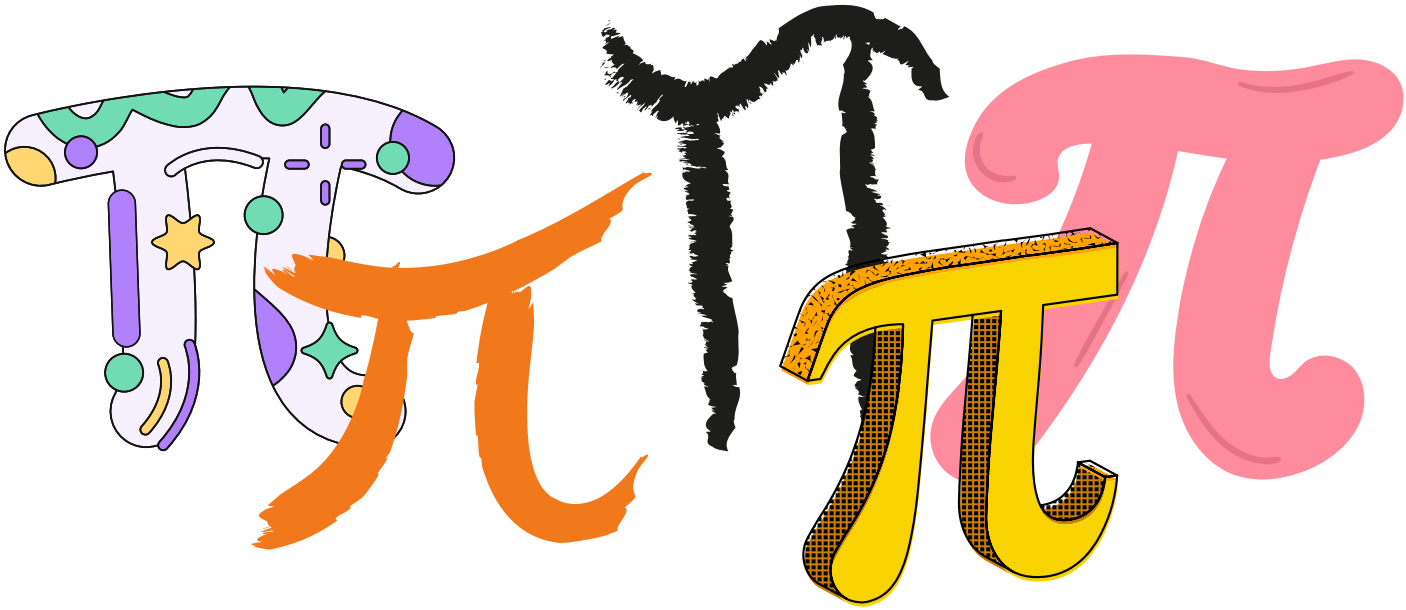
สูตรการหาค่าพายของนิวตัน ในรูปของผลบวกอนันต์

วงกลม หน้าที่ 5



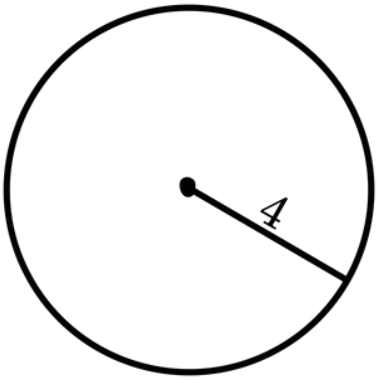
คำนวณค่าพาย โดยใช้คอมพิวเตอร์
ซึ่งแม่นยำถึง 100,000,000,000,000 หลัก
เป็นสถิติโลก ณ ปัจจุบัน

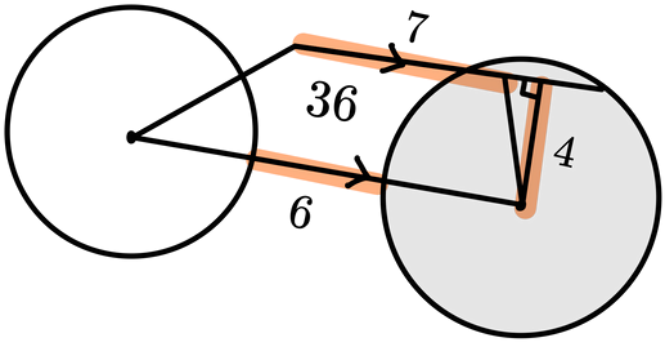
เอ็มมา ฮารุกะ อิวาโอะ

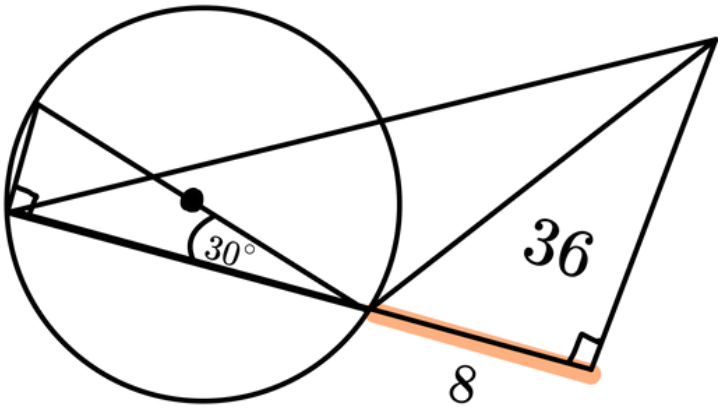


สวมบทบาทเป็นนักคณิตศาสตร์แล้วไปหา
สูตรเส้นรอบวงกับพื้นที่เลย!!

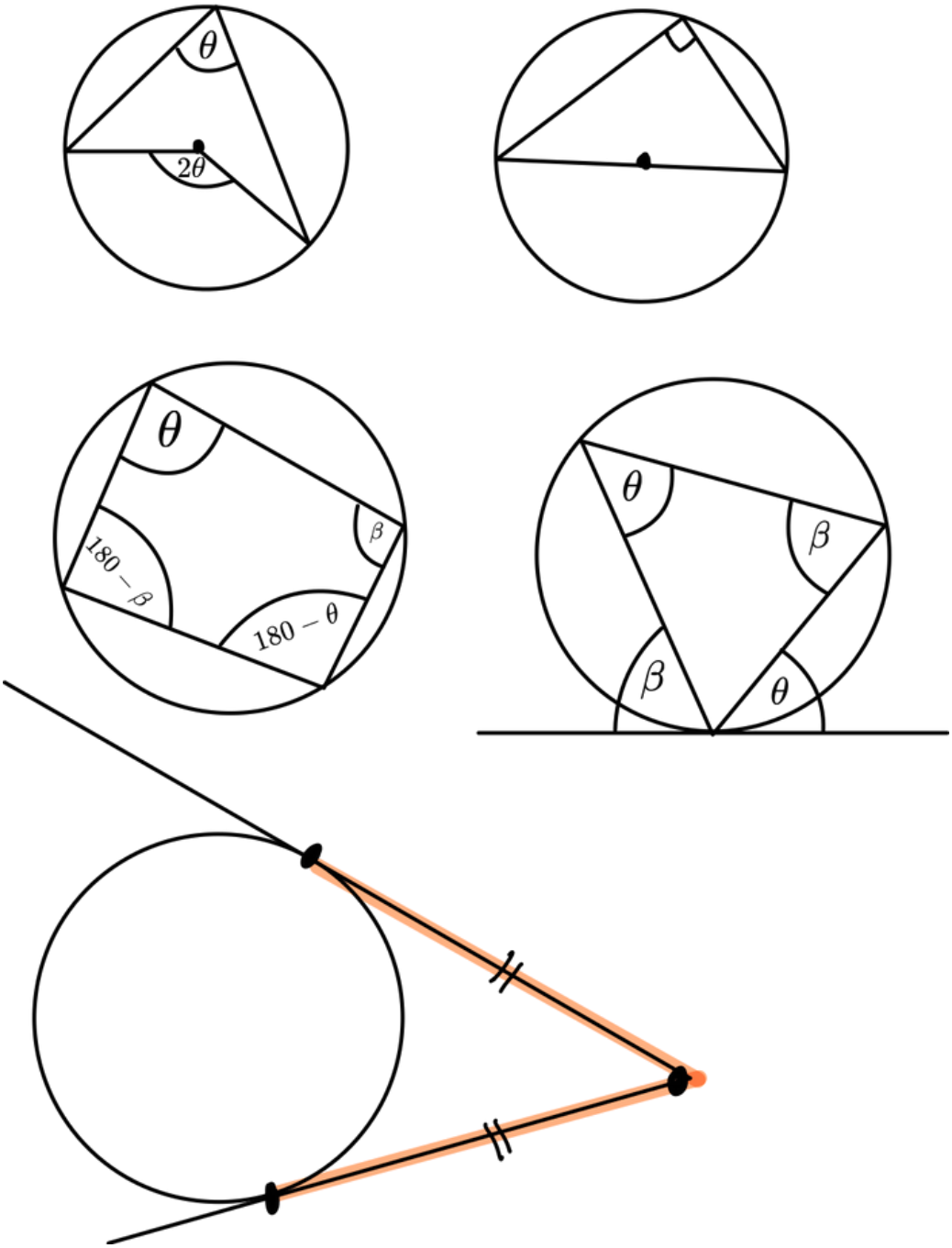
หาพื้นที่และเส้นรอบวงของวงกลมที่กำหนดให้ ตอบติดค่า π



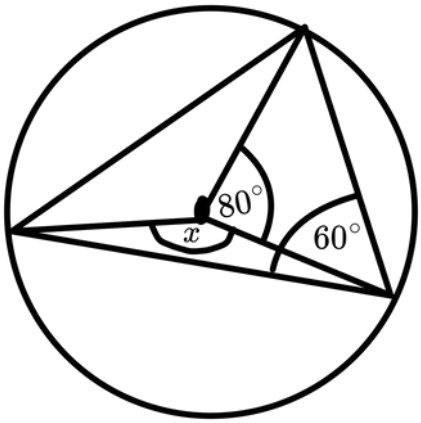


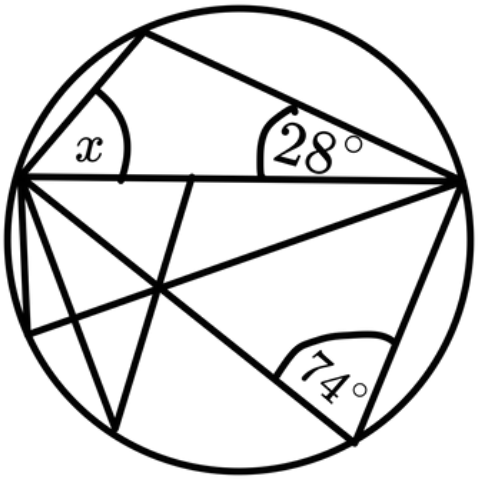


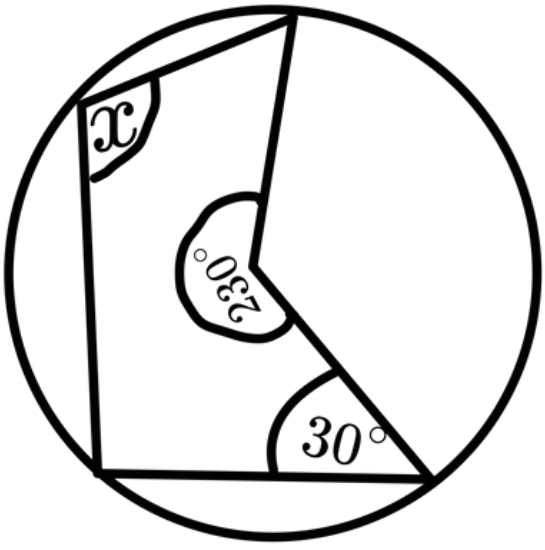
9.2 ทฤษฎีบทของมุมในวงกลม



วงกลม หน้าที่ 9







อย่ามายุ่งกับ
วงกลมของข้า

อาร์คีมีดิส
(นักคณิตศาสตร์ นักฟิสิกส์ นักดาราศาสตร์ นักปรัชญา
และวิศวกรชาวกรีก)